INDICE

Prefazione

WITH A LITTLE HELP FROM HIS FRIENDS

Piergiorgio Odifreddi

Nel 1943 una bambina di nove anni scrisse ad Albert Einstein di avere grandi difficoltà in matematica, e lui le rispose: "Non preoccuparti, le mie sono ancora maggiori". Lo scambio, riportato da Alice Calaprice nel 2002 in *Caro professor Einstein*, ha alimentato la leggenda che il genio della fisica fosse quasi un asino in matematica: cosa poco plausibile, visto che senza la matematica un teorico come lui non avrebbe potuto andare molto lontano, e meno che mai diventare il più grande scienziato del Novecento.

Non a caso, rivolgendosi agli adulti invece che ai bambini, Einstein raccontò nelle *Note autobiografiche* del 1946 di essere venuto a conoscenza del teorema di Pitagora solo a dodici anni, quando uno zio glielo enunciò a tavola, ma di averne trovata una dimostrazione nel giro di un paio d'ore. Per la cronaca, si accorse che tracciando l'altezza di un triangolo rettangolo lo si divide in due triangolini simili ad esso, e riscoprì così la seconda dimostrazione degli *Elementi* di Euclide: dunque, già da piccolo Einstein aveva doti matematiche che la stragrande maggioranza dei bambini e degli adulti si sogna, ieri come oggi.

Anche da studente al Politecnico di Zurigo il futuro professore mostrò di cavarsela benissimo in matematica: meglio che in fisica, in realtà, anche se era più interessato a questa materia. Dunque, molta della matematica che gli avevano fatto studiare la accantonò e la dimenticò, ma fu poi costretto a rispolverarne una parte in seguito, quando gli servì per il suo lavoro sulla relatività generale. Quale parte, e perché, lo racconta egregiamente Judith Goodstein in *I matematici italiani di Albert Einstein*, che narra la storia del calcolo tensoriale prima di Einstein.

Una storia che è appunto tutta italiana, ma non soltanto matematica. Perché narrare le vite di Gregorio Ricci-Curbastro e Tullio Levi-Civita significa anche tornare ai tempi della Roma papalina e della Padova asburgica, dapprima, e dell'Italia risorgimentale, poi. Tempi (*O tempora!*) in cui gli studenti delle superiori potevano ricevere un 6 di condotta se marinavano la scuola il 31 dicembre, e agli esami di maturità venivano esaminati senza tante storie su tutte le materie, ovviamente finendo per tre quarti bocciati. E tempi (*O mores!*) in cui i concorsi universitari si vincevano anche grazie all'intervento di parlamentari e ministri, che spesso erano scienziati: come l'ingegner Luigi Menabrea e il matematico Vito Volterra, ad esempio, che furono rispettivamente presidente del Consiglio e senatore a vita.

Naturalmente, allora come ora, le beghe accademiche dei professori costituivano una parte importante delle loro preoccupazioni e delle loro manovre. Dei due protagonisti del libro, il più anziano e meno versatile Ricci dovette attendere a lungo la cattedra a cui ambiva, e non ricevette mai i premi che meritava. Il più giovane ed eclettico Levi-Civita ebbe invece una fulgida carriera, ma neppure lui riuscì a incrinare l'indifferenza ostentata dai matematici italiani nei confronti del calcolo tensoriale introdotto da Ricci e sviluppato da entrambi.

Eppure si trattava di una tecnica fondamentale, che permetteva di esprimere le formule della geometria riemanniana in maniera indipendente dai sistemi di riferimento, in una sorta di coronamento del programma iniziato millenni prima da Parmenide. Era stato infatti il filosofo eleatico a enunciare il principio che dietro i fenomeni mutabili si cela (spesso) un essere immutabile, suggeritogli dalla sua scoperta che le fasi lunari sono solo apparenze causate dalla posizione relativa della Luna rispetto alla Terra e al Sole, mentre durante l'intero ciclo la Luna stessa non cambia.

Era stato invece Cartesio ad accorgersi che, benché le coordinate dei punti dipendano dalla scelta degli assi cartesiani, alcune proprietà geometriche rimangono invariate. Ad esempio, le coordinate degli estremi di un segmento cambiano se si traslano o si ruotano gli assi, ma la lunghezza del segmento non cambia, e si trova sempre allo stesso modo: cioè, applicando il teorema di Pitagora. Analogamente, l'equazione di secondo grado di una figura conica (ellisse, parabola, iperbole) cambia se si traslano o si ruotano gli assi, ma il determinante (il cui segno determina a quale tipo di figura corrisponda l'equazione) rimane sempre lo stesso.

Nel suo lavoro del 1905 sulla relatività speciale, Einstein era partito dal fatto che se si traslano uniformemente (a velocità costante, cioè accelerazione nulla) gli assi di riferimento dello spazio e del tempo, alcune leggi della fisica rimangono invariate. Quali, dipende dalle trasformazioni che si adottano per passare da un sistema di assi all'altro: le semplici *trasformazioni di Galileo* lasciano invariate le leggi del moto di Newton, mentre le più complicate *trasformazioni di Lorentz* lasciano invariate le leggi dell'elettromagnetismo di Maxwell. Einstein capì che bastava estendere le trasformazioni di Lorentz alla massa, per lasciare invariate anche le leggi di Newton.

La matematica che Einstein usò per derivare le trasformazioni di Lorentz dal *principio di relatività speciale*, secondo il quale le leggi della fisica non devono appunto cambiare quando si effettuano traslazioni uniformi degli assi di riferimento, era quella classica della geometria euclidea e del calcolo infinitesimale. Nel 1908 Hermann Minkowski mostrò però che quelle stesse trasformazioni, scritte in maniera simmetrica, suggerivano la possibilità di considerare lo spazio e il tempo nell'ambito di una geometria doppiamente non euclidea. Lo spazio tridimensionale euclideo si poteva infatti sostituire con uno spaziotempo quadridimensionale iperbolico, nel quale le distanze si continuano a calcolare con il teorema di Pitagora, facendo però una differenza dei quadrati costruiti sui cateti, invece che una somma.

La geometria iperbolica, fino ad allora di esclusivo interesse dei matematici, faceva dunque capolino nella fisica. E quando Einstein iniziò a pensare al *principio di relatività generale*, richiedendo che le leggi della fisica rimanessero invariate anche quando si effettuano cambiamenti non uniformi degli assi di riferimento, come le traslazioni accelerate o le rotazioni, Marcel Grossmann gli suggerì di usare due nuovi strumenti matematici: la *geometria riemanniana* al posto della geometria euclidea, da un lato, e il *calcolo tensoriale* di Ricci e Levi-Civita al posto del calcolo infinitesimale, dall'altro.

Ora, la geometria riemanniana Einstein l'aveva studiata all'università, e doveva solo rinfrescarla. Ma il calcolo tensoriale non lo conosceva quasi nessuno, nemmeno tra i matematici, e anche lui dovette impararlo da zero. Fu allora che incontrò le sue maggiori difficoltà, come confessò in una lettera alla fine del 1912: "Non ho mai faticato tanto in vita mia, ma ora mi è venuto un gran rispetto per la matematica, mentre prima consideravo ingenuamente le sue sottigliezze come un semplice lusso". Gli ci vollero tre anni per arrivare alle equazioni corrette della relatività generale, e lo aiutarono nell'impresa Grossmann nel 1913, e Levi-Civita e David Hilbert nel 1915.

La corrispondenza con Levi-Civita avvenne in italiano, e Einstein la definì "la più interessante che gli fosse mai capitata". I due si incontrarono soltanto in seguito, dopo la Prima guerra mondiale, e si piacquero: una volta qualcuno domandò a Einstein cosa apprezzasse dell'Italia, e lui rispose "gli spaghetti e Levi-Civita". Dal canto suo, il matematico italiano pubblicò in seguito una mezza dozzina di articoli sulla relatività generale, introducendo in particolare la nozione del "trasporto parallelo" per dare un significato geometrico all'operazione di derivazione usata nel calcolo tensoriale.

Le conversazioni con Hilbert furono più tese, anche perché i due geni erano in competizione fra loro: addirittura, Hilbert arrivò alle equazioni corrette della relatività generale una settimana prima di Einstein, e la cosa rischiò di provocare una delle tante dispute di priorità che hanno macchiato la storia della matematica, da Cardano e Tartaglia a Leibniz e Newton. Hilbert riconobbe però di essersi limitato a trarre le conseguenze matematiche della teoria fisica elaborata da Einstein, e non rivendicò mai diritti al proposito. Anzi, si congratulò con Einstein per la sua bravura tecnica nel calcolo della precessione del perielio di Mercurio, che costituì il primo successo della teoria.

Quest'ultima era racchiusa in un'equazione del calcolo tensoriale, che uguaglia il tensore di curvatura di Ricci con il tensore della materia-energia: secondo il motto di Archibald Wheeler, nell'equazione di Einstein "la materia dice allo spaziotempo come curvarsi, e lo spaziotempo dice alla materia come muoversi". Da allora, il calcolo tensoriale di Ricci e Levi-Civita è entrato nel bagaglio degli strumenti matematici indispensabili ai fisici che studiano la gravitazione e la cosmologia.

Risolvendo l'equazione che si ottiene uguagliando il tensore di Ricci a zero si ottengono le possibili strutture dello spazio-tempo vuoto. Negli spazi a sei dimensioni, invece di quattro, esse costituiscono le cosiddette *superfici di Calabi-Yau*, che mostrano come potrebbero essere arrotolate le sei dimensioni aggiuntive previste dalla *teoria delle stringhe*, e sono valse a Shing-Tung Yau la medaglia Fields nel 1982.

In matematica, invece, il cosiddetto *flusso di Ricci*, che fa variare il tensore di Ricci di una superficie in maniera analoga alla diffusione del calore, ha permesso a Grigorij Perelman di risolvere la *congettura di Poincaré* e vincere (pur rifiutandola) a sua volta la medaglia Fields nel 2006. Il trasporto parallelo, infine, è stato collegato da Cédric Villani al problema del *trasporto ottimale*, che ha portato l'italiano Alessio Figalli alla medaglia Fields nel 2018, a dimostrazione della pervasività delle idee introdotte dai suoi connazionali Ricci e Levi-Civita, nella maniera mirabilmente descritta da Judith Goodstein in questo libro.